

I. РЕГИОНАЛЬНЫЙ ПРОГНОЗ. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 519(571.621)

ПОСТРОЕНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ ОБОБЩЕННОЙ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ МАКРОКОМПОНЕНТОВ РЕГИОНАЛЬНОГО РАЗВИТИЯ (НА ПРИМЕРЕ ЕВРЕЙСКОЙ АВТОНОМНОЙ ОБЛАСТИ)

Е.В. Курилова, М.П. Кулаков, М.Ю. Хавинсон, Е.Я. Фрисман

Институт комплексного анализа региональных проблем ДВО РАН, г. Биробиджан

По идеологии с глобальной моделью Дж. Форрестера построена обобщенная модель динамики макрокомпонентов регионального развития. Она представляет собой систему дифференциальных уравнений с небольшим количеством фазовых переменных: численность населения, капитал, ресурсы и загрязнение. Проведено аналитическое и численное исследование системы, построены бифуркационные диаграммы в широком спектре управляющих параметров, на основе которых выявлены и описаны условия существования устойчивого развития региона. Оценены параметры текущей динамики регионального развития и представлено три возможных сценария развития ЕАО.

Введение

В современных условиях глобального экономического кризиса актуальность приобретают проблемы устойчивого развития региона [11]. Проблемы устойчивого развития обсуждались в работах Н.Н. Моисеева [13], В.А. Коптюга и В.М. Матросова [5], В.И. Данилова-Данильяна [3] и других авторов, в том числе на базе концепции глобально моделирования [18, 20, 21]. Особенностью развития региона является системность происходящих в нем процессов, что предполагает проведение комплексного анализа экономических, демографических, экологических и других региональных процессов для определения условий устойчивости территориально-хозяйственной системы.

Одним из универсальных средств описания и прогноза состояния процессов различного характера является математическое моделирование, основанное на аппарате дифференциальных уравнений [8, 19]. В настоящее время существует большое количество региональных моделей разного уровня сложности и проработанности, нацеленных на прогнозирование отдельных аспектов развития. Но анализ детальной модели, состоящей из большого числа уравнений и параметров, сам по себе, как правило, очень сложен [1, 10] и представляет собой тестирование «черного ящика». Таким образом, нашей задачей является построение и исследование математической модели динамики макрокомпонентов регионального развития, состоящей из небольшого числа наиболее значимых переменных и параметров. С.П. Капица, С.П. Курдюмов, Г.Г. Малинецкий [4], В.Н. Бурков, В.В. Кондратьев [2], Н.Н. Моисеев [12], А.В. Коротаев, А.С. Малков [6, 7], Е.Я. Фрисман [17], Б.Е. Фишман, В.С. Василенко [15] говорят о плодотворности именно простых моделей.

Во многих исследованиях, посвященных проблемам синергетики, показана достаточная эффективность при-

менения простых моделей для описания социально-экономических процессов глобального и регионального уровня. В этом случае использование небольшого числа фазовых переменных (не более 3–4) позволяет полностью или частично провести аналитическое исследование качественного поведения модели [4, 10]. Мы полагаем, что применение данного подхода к моделированию региональной динамики может быть продуктивным для описания общих закономерностей развития региона.

Построение исследования математической модели динамики макрокомпонентов регионального развития

В нашей работе предоставлен обобщенный региональный аналог модели глобальной динамики Дж. Форрестера, составленный с учетом экономических, социальных, экологических и ресурсных особенностей Еврейской автономной области (ЕАО), разработанный и верифицированный на статистических данных. Он представляет собой систему дифференциальных уравнений, включающих фазовые переменные, определенные Форрестером: численность населения P , капитал V (основные фонды), доля капитала в сельском хозяйстве S , ресурсы R (для простоты мы считаем долю фондов в сельском хозяйстве S , включенной в основные фонды V) [16, 18].

В модели глобальной динамики уравнение годового приращения капитала (основных фондов) имеет вид:

$$\Delta V = V_2 - V_1, \quad (1)$$

где V_2 и V_1 — разнонаправленные составляющие приращения капитала, первая из которых увеличивает величину приращения, а вторая — уменьшает.

В соответствии с работой Дж. Форрестера, будем считать, что и в региональной модели прирост V_2 пропорционален численности населения P , и добавим зависимость от добычи ресурсов R :

где c – коэффициент, характеризующий «нормальную» скорость генерации капитала при сохранении основных социально-экономических факторов, например материального уровня жизни, c_1 – множитель, характеризующий изменение скорости прироста капитала в зависимости от добычи ресурсов.

Убыль основных фондов связана с их износом:

$$V_1 = eV,$$

(3)

причем скорость износа e и среднее «время жизни» капитала $t = 1/e$ считаются постоянными.

При этом:

– величина коэффициента c будет определяться не только процессами регионального воспроизводства капитала, но и прямыми внутриотраслевыми (федеральными) инвестициями;

– убыль капитала (e) будет связана не только с износом, но и с возможностью его оттока за пределы региона.

Для изменения (приращения) численности населения воспользуемся следующим уравнением:

$$\Delta P = bV + aP - c_0P^2,$$

(4)

где b – коэффициент привлекательности региона, a – естественный прирост населения, c_0 – самолимитирование численности населения.

При этом:

– привлекательность региона (b) будет также определяться не только процессами регионального воспроизводства капитала, но и прямыми внутриотраслевыми (федеральными) инвестициями;

– естественный прирост населения, в свою очередь, описывается разностью между родившимися B и умершими D ($a = B - D$);

– коэффициент самолимитирования (c_0) является коэффициентом парных взаимодействий (естественная конкуренция) и отражает эффект «мальтузианской ловушки».

Уравнение приращения потребления ресурсов имеет вид:

$$\Delta R = R_2 - R_1,$$

(5)

где R_2 и R_1 – разнонаправленные, составляющие приращения ресурсов, первая из которых увеличивает величину приращения, а вторая уменьшает. В соответствии с концепцией Дж. Форрестера, будем считать, что прирост R_2 пропорционален годовому капиталу V :

$$R_2 = qV,$$

(6)

где q – коэффициент восстановления ресурсов. В отличие от «ресурсного» уравнения Дж. Форрестера мы рассматриваем возможность «восстановления» ресурсов (т.е. уточнения информации об их объеме) в результате геологической разведки, а также считаем необходимым для регионального уровня моделирования учитывать динамику возобновляемых ресурсов (например, лесных, земельных и охотничье-промысловых), введя в уравнение зависимость от капитала, «увеличивающую» их при

рост. Уравнение скорости потребления ресурсов зависит от их величины и от капитала. Дж. Форрестер рассматривает численность населения как основной фактор изменения скорости добычи ресурсов, но в региональном масштабе, на наш взгляд, ведущую роль в их использовании играют экономические возможности региона (особенно это актуально для малоосвоенных территорий). Член отрицательного темпа скорости переменной R имеет вид:

$$R_1 = wRV,$$

(7)

где w – множитель, характеризующий изменение скорости добычи ресурсов.

При этом:

– величина коэффициента q будет определяться не только вкладом капитала в восстановление ресурсов, но и их способностью к самовосстановлению;

– коэффициент w будет зависеть не только от добычи ресурсов, но и от их истощения.

Для описания уровня загрязнения воспользуемся следующим уравнением:

$$\Delta Z = a_1PV - a_2Z - a_3V,$$

(8)

где a_1 – коэффициент роста загрязнения, a_2 – коэффициент естественной убыли загрязнения, a_3 – коэффициент очищения с использованием фондов.

При этом:

– коэффициент a_1 предполагает, что загрязнение генерируется в зависимости от численности населения P и от объема капитала V ;

– величина коэффициента a_2 сравнительно мала, так как самоочищение является длительным процессом;

– коэффициент a_3 включает в себя затраты капитала V , необходимые для уменьшения производимого объема загрязнения Z .

Для того чтобы воспользоваться мощными возможностями качественного анализа, рассмотрим аппроксимацию предложенных разностных уравнений динамики численности населения (4), основных фондов (1), потребления (добычи) ресурсов (5) и уровня загрязнения окружающей среды (8) соответствующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{P} = bV + aP - c_0P^2 \\ \dot{V} = cP + \tilde{n}_1PR - eV \\ \dot{R} = qV - wRV \\ \dot{Z} = a_1PV - a_2Z - a_3V. \end{cases}$$

(9)

В данном исследовании не рассматривается влияние загрязнения окружающей среды на численность населения P , основные фонды V и ресурсы R , что соответствует случаю слабо урбанизированного региона на стадии далекой от истощения ресурсной базы. Анализируется ситуация, когда регион вынужден развиваться инерционно (в условиях дефицита численности населения и фондов), и описана попытка определить условия устойчивости подобного региона. На длительном интервале инерционное развитие позволяет легко перейти от разностных уравнений к дифференциальным.

Данная модель представляет собой расширенную систему динамики производственных факторов регионального развития. С учетом того, что в (9) первые три уравнения независимы от Z , рассмотрим систему из трех уравнений с тремя фазовыми переменными:

$$\begin{cases} \dot{P} = bV + aP - c_0P^2 \\ \dot{V} = cP + \tilde{n}_1PR - eV \\ \dot{R} = qV - wRV. \end{cases}$$

(10)

В системе (10) помимо полностью нулевой особой точки существуют точки, соответствующие разным типам освоения региона:

– $\left(\frac{aw + wbc_0e^{-1} + bc_1qe^{-1}}{wc_0}; \frac{bw^2c_0^2e^{-2} + aw^2ce^{-1} + 2wbcc_1qe^{-1} + awc_1qe^{-1} + bc_1^2q^2e^{-2}}{w^2c_0}; \frac{q}{w} \right)$ – нетривиальная особая точка, соответствующая полностью освоенному региону;

– $\left(\frac{a}{c_0}, 0, -\frac{c}{c_1} \right)$ – особая точка с нулевой численностью населения, означающая, что регион либо не привлекателен для проживания, поэтому происходит отток населения, либо территория осваивается «вахтовым методом»;

– прямая $(0, 0, r)$, целиком состоящая из особых точек, соответствующая региону, в котором в нет ни населения, ни капитала, т.е. неосвоенной территории.

Видно, что область определения первой особой точки: $ewc_0 \neq 0$, второй точки: $c_1 \neq 0$ и $c_0 \neq 0$ прямой особых точек: $r \in R$. Таким образом, коэффициенты e, w, c_0, c_1 являются бифуркационными параметрами. Если хотя бы один из параметров e, w, c_0 равен нулю, первая точка теряет смысл и особым решением системы являются точка $\left(\frac{a}{c_0}, 0, -\frac{c}{c_1} \right)$ и прямая $(0, 0, r)$. При

$c_0 = 0$ остается только прямая $(0, 0, r)$, что соответствует неустойчивому развитию региона. Это легко объяснить. Наличие коэффициента c_0 означает ограниченность ресурсов на территории региона, что обеспечивает существование инфраструктуры и условий для проживания населения. При $c_0 = 0$ условия для проживания отсутствуют, в силу чего регион становится не привлекателен для населения, и его развитие стремится к неустойчивому состоянию. В зависимости от начальных условий это состояние соответствует одной из точек на прямой $(0, 0, r)$. Подобное поведение динамической системы, описывающей региональную динамику, обнаружено Б.Е. Фишманом и В.С. Василенко в модифицированной модели Р. Солоу [15].

При $w = 0$ или $e = 0$ нарушается принцип экономической целесообразности: предполагается, что восстановление ресурсов невозможно без их использования, а оборот капитала обеспечивается не только его приростом, но и убылью.

Для определения области устойчивости системы (10) построим двумерные срезы параметрического простран-

ства (бифуркационные диаграммы), произведем сканирование параметрической плоскости выбранной пары бифуркационных параметров при фиксированных остальных. В результате в каждой точке этой плоскости численно определены типы состояний равновесия каждой особой точки системы (10), которые соответствуют различным оттенкам серого на рис. 1 и обозначены буквами.

Рассмотрим плоскость бифуркационных параметров a, q и a, b (рис. 1). A – область устойчивости нетривиальной особой точки, устойчивость A_i обеспечивается: A_1 – за счет привозных ресурсов; A_2 – при условии восстановления ресурсов, допускающего небольшой отрицательный прирост населения; A_3 – за счет высокой привлекательности региона, в том числе, и при отрицательном приросте населения; A_4 – при высоком оттоке населения устойчивость обеспечивается за счет интенсивного воспроизводства.

Расширенная система (9) уравнений также имеет ненулевую особую точку (три первые, координаты которой совпадают с полученными координатами, а четвертая выражается через предыдущие), точку с координатами $\left(\frac{a}{c_0}, 0, -\frac{c}{c_1} \right)$ и прямую $(0, 0, r, 0)$, целиком состоящую из особых точек.

Собственные числа в точке $\left(\frac{a}{c_0}, 0, -\frac{c}{c_1}, 0 \right)$ равны:

$$\lambda_1 = -\frac{c_0e + \sqrt{c_0^2e^2 + 4ac_0c_1q + 4acc_0w}}{2c_0},$$

$$\lambda_2 = -\frac{c_0e - \sqrt{c_0^2e^2 + 4ac_0c_1q + 4acc_0w}}{2c_0},$$

$$\lambda_3 = -a, \lambda_4 = -a_2.$$

Собственные числа в каждой точке прямой $(0, 0, r, 0)$ равны:

$$\lambda_1 = \frac{a}{2} - \frac{e}{2} + \frac{\sqrt{a^2 + 2ae + e^2 + 4bc + 4bc_0r}}{2},$$

$$\lambda_2 = \frac{a}{2} - \frac{e}{2} - \frac{\sqrt{a^2 + 2ae + e^2 + 4bc + 4bc_0r}}{2},$$

$$\lambda_3 = 0, \lambda_4 = -a_2.$$

В результате аналитического и численного исследования модели установлено, что устойчивость регионального развития (рис. 2 а, б), то есть устойчивость ненуле

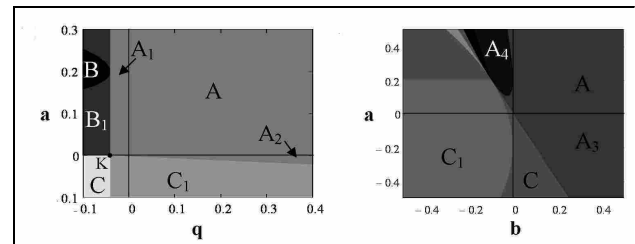


Рис.1. Параметрические срезы и типы состояний равновесия особых точек системы [10]

$$V_2 = cP + c_1PR,$$

(2)

вого равновесия, может быть обеспечена, если выполняется хотя бы одно из условий:

- превышения рождаемости над смертностью ($a > 0$);
- привлекательности региона для мигрантов ($b > 0$);
- умеренной конкуренции ($\dot{a} > \dot{n}_0$);
- продуктивного использования ресурсов ($\dot{n}_1 > \dot{n}$).

При нарушении этих условий ненулевая особая точка становится неустойчивой, и траектории стремятся к прямой, состоящей из стационарных точек $(0, 0, r, 0)$, соответствующих неосвоенной территории (рис. 2 д, е) или к точке с координатами $\left(\frac{a}{c_0}, 0, -\frac{c}{c_1}, 0\right)$, соответствующей слабо освоенной территории (рис. 2 в, г).

При значительном превышении темпов износа фондов над темпами притока населения ($a < e$) прямая $(0, 0, r, 0)$ становится устойчивой, что соответствует нулевой численности населения и нулевым фондам.

Применение модели к описанию региональной динамики Еврейской автономной области

Для описания региональной динамики ЕАО произведена параметрическая идентификация системы. Коэффициенты модели оценены взвешенным методом наименьших квадратов, для чего в среде MathCad минимизировалась сумма квадратов отклонений фактических данных от интегральных кривых системы (9). При варьировании начальных приближений параметров решения оказались неоднозначными, т.е. по имеющемуся ряду данных невозможно получить единственный набор параметров, для которых отклонение минимально. Всевозможный перебор начальных приближений параметров позволил выделить принципиально разные группы сце-

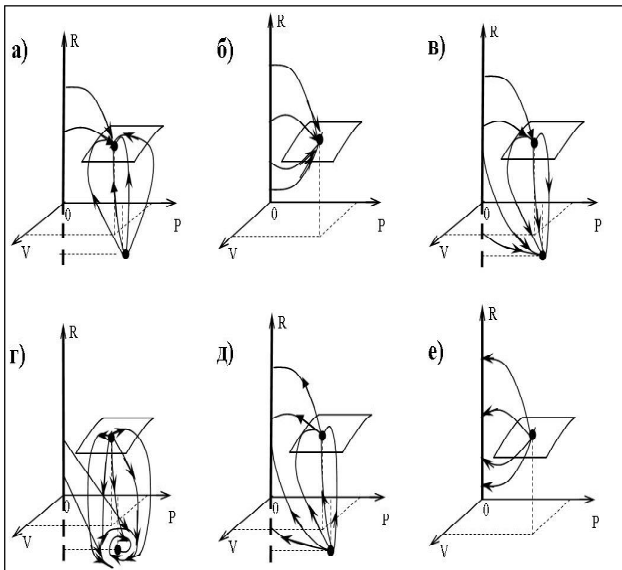


Рис. 2. Фазовые портреты системы, отражающие возможные пути освоения региона:
а, б – освоенный регион; **в, г** – «вахтовый метод»;
д, е – неустойчивое развитие

нариев развития ЕАО. С помощью экспертного анализа отброшены повторяющиеся и маловероятные сценарии, выделены наиболее «типичные» представители указанных групп.

Таким образом, были определены и описаны три возможных долгосрочных сценария развития области:

- инерционный вариант;
- слабомодернизационный вариант;
- интенсивный модернизационный вариант (рис. 3).

На рис. 3 на оси абсцисс отмечен временной интервал, начало координат соответствует 2004 году, длительный временной промежуток представлен для демонстрации «глобального» поведения системы, для практического применения (прогноза) следует рассматривать не более 7–10 значений, т.е. до 2015–2020 гг.

В сценарии 1 наблюдаемое воспроизводство населения слабо связано с экономической активностью в регионе. При таком варианте прирост населения в основном определяется теми социальными гарантиями, которые связаны со стимулированием рождаемости без активных мер по созданию и предоставлению рабочих мест. Интенсивное увеличение фондов можно объяснить поступлением средств из федерального бюджета, направленных на реализацию социальных программ. Это выражается в том, что сохранение населения требует дополнительных финансовых вложений (открытие новых детских дошкольных учреждений и расширение уже имеющихся, выплата материнского капитала, пособий и т.п.) и не дает возможности увеличить привлекательность региона, например за счет создания рабочих мест. Вследствие этого численность населения падает. Загрязнение окружающей среды уменьшается, поскольку производственная сфера экономики не развивается.

Сценарий 2 возможен в случае превышения рождаемости над смертностью, умеренной конкуренции (умеренном оттоке людей), высокой привлекательности ре-

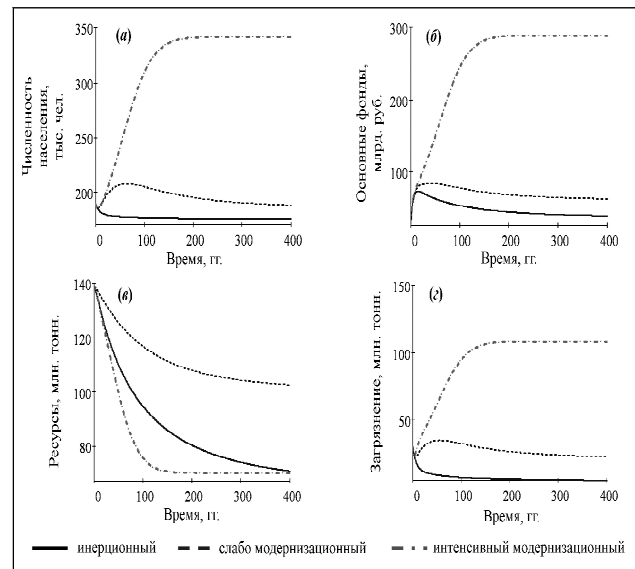


Рис. 3. Сценарии развития области:
а – численность населения; **б** – основные фонды;
в – ресурсы; **г** – загрязнение

гиона, при разумном использовании ресурсов и их восстановлении. В данном случае фонды (капитал) и население проходят развитие через пик (повышаются налоги, высокая добавочная стоимость, привлечение людей в регион). При значительном истощении ресурсов и снижении их качества наблюдается падение темпов роста капитала. Интенсивное увеличение численности населения на несколько тысяч можно объяснить тем, что задействуется вся инфраструктура региона: расширяется административный штат, обслуживающий персонал, т.е. появляются новые рабочие места. Это способствует улучшению социально-экономической ситуации, следствием чего может быть увеличение рождаемости и приток мигрантов.

Данные результаты моделирования развития региона аналогичны результатам, полученным римским клубом во главе с Дж. Форрестером для мировой системы: «население и капиталовложения (фонды) растут до тех пор, пока уровень запасов природных ресурсов не понизится настолько, что начинает сдерживать дальнейший рост. По мере дальнейшего истощения ресурсов регион оказывается неспособным обеспечивать максимальный уровень населения. Население вследствие этого уменьшается (наряду с понижением уровня капиталовложений)».

Так как развитие региона напрямую связано с истощением ресурсов, сложившуюся тенденцию можно улучшить, развивая региональные инвестиционные проекты, в частности, проекты на разведку новых месторождений ресурсов, внедрение современных инновационных энерго-эффективных технологий.

Для сценария 3 характерно значительное увеличение численности населения, капитал при этом растет и сохраняется. Добываемые ресурсы в какой-то момент становятся недоступными (исчерпываются до труднодоступного уровня). При таком варианте ресурсы активно используются, не принося ощутимого дохода, вследствие того, что внедряется дорогостоящее современное оборудование, и это снижает темпы роста капитала. Наблюдаемый рост фондов в этой ситуации объясняется тем, что внедрение инновационных технологий приводит к тому, что на душу населения будет добываться больше ресурсов (т.е. привлекается капитал на одного человека, при этом покрывая все его социальные гарантии и расходы). Это приводит к увеличению привлекательности региона и активному росту населения. Но такой вариант развития практически маловероятен. Интенсивное развитие приводит к росту загрязнения окружающей среды.

Заключение

Таким образом, была составлена и исследована базовая модель динамики макрокомпонентов регионального развития, которая описывает процессы, протекающие в регионе в аспекте динамики основных фондов, численности населения, изменения объемов выбросов в атмосферу вредных веществ и расхода невозобновляемых ресурсов.

В настоящей работе мы отказались от рассмотрения периодических явлений (демографических волн, кризи-

сов, эпидемий и сезонности), влияющих на социально-экономические процессы. Изучение колебаний в территориально-хозяйственных системах является другой, достаточно сложной задачей. Коэффициенты рассмотренной непрерывной модели интерпретируются как усредненные за год величины, косвенно включающие «сглаженную» периодическую динамику. Такие допущения при построении модельных уравнений региональной динамики позволили провести детальное аналитическое и численное исследование общих закономерностей развития региона.

В данном исследовании была произведена оценка параметров текущей динамики развития региона и описаны возможные сценарии его развития.

Показано, что при значительном превышении темпов износа фондов над темпами притока населения ($a < e$), прямая $(0,0,r)$ становится устойчивой, что соответствует нулевой численности населения и нулевым фондам. Однако при условии роста населения и рационального использования ресурсов ненулевая особая точка становится устойчивой, что соответствует относительно эффективному развитию региона.

На настоящем этапе исследования мы не стремились к детальному описанию факторов – это направление будущих работ. Задачей данного шага исследования – получение обобщенной и простой модели динамики регионального развития. При исследовании данной системы нами не была обнаружена цикличность развития региона, о которой говорят многие современные ученые.

Следующим шагом в построении комплексной региональной модели будет дополнительное исследование, существенная доработка уравнений и уточнение коэффициентов модели, представляющих собой обобщенные сложные (циклические, возможно, функциональные) зависимости.

Авторы выражают искреннюю признательность Б.Е. Фишману за конструктивную критику и полезное обсуждение.

Исследование проведено при частичной поддержке гранта РГНФ проект № 11-12-79003а/Т.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Безручко Б.П., Смирнов Д.А. Математическое моделирование и хаотические временные ряды. Саратов: ГосУНЦ «Колледж», 2005. 320 с.
2. Бурков В.Н., Новиков Д.А., Щепкин А.В. Механизмы управления эколого-экономическими системами / под ред. академика С.Н. Василева. М.: Изд-во физико-математической литературы, 2008. 244 с.
3. Данилов-Данильян В.И., Лосев А.В. Экологический вызов и устойчивое развитие. М.: Прогресс-Традиция, 2000. 415 с.
4. Капица С.П., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г. Синергетика и прогнозы будущего. М.: Едиториал УРСС, 2003. 288 с.
5. Коптюг В.А., Матросов В.М., Левашов В.К., Демянко Ю.Г. Устойчивое развитие цивилизации и место в ней России: проблемы формирования национальной

- стратегии. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1996. 75 с.
6. Коротчаев А.В., Малков А.С., Халтурина Д.А. Законы истории: Математическое моделирование развития Мир-Системы. Демография. Экономика. Культура. М.: Ком Книга / URSS, 2007. 344 с.
 7. Коротчаев А.В., Халтурина Д.А., Малков А.С., Божешовский Ю.В., Кобзева С.В., Зинькина Ю.В. Законы истории: Математическое моделирование и прогнозирование мирового и регионального развития. Изд. 3, перераб. и доп. М.: УРСС, 2010. 170 с.
 8. Малинецкий Г.Г., Махов С.А., Посашков С.А. Процессы глобализации, устойчивое развитие и компьютерное моделирование / http://www.keldysh.ru/departments/dpt_17/gmalin/pg/pg.htm
 9. Матросова К.В. Модификация модели мировой динамики и ее применение в учебном процессе на социологическом факультете / <http://lib.socio.msu.ru>
 10. Милованов В.П. Неравновесные социально-экономические системы: синергетика и самоорганизация. М.: УРСС, 2001. 264 с.
 11. Моделирование и управление процессами регионального развития / под ред. С.Н. Васильева. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. 432 с.
 12. Моисеев Н.Н. Алгоритмы развития. М.: Наука, 1987. 304 с.
 13. Моисеев Н.Н. Расставание с простотой. М.: Аграф, 1998. 480 с.
 14. Путилов В.А., Горохов А.В. Системная динамика регионального развития. Монография. Мурманск: НИЦ «Пазори», 2002. 306 с.
 15. Фишман Б.Е., Василенко В.С. Исследование устойчивости модифицированной модели Р. Солоу: производственная функция Аллена // Тезисы V региональной школы-семинара молодых ученых, аспирантов и студентов «Территориальные исследования: цели, результаты и перспективы». Биробиджан, 20–23 октября 2009 г. Биробиджан: ИКАРП ДВО РАН, ГОУ ВПО ДВГСГА, 2009. С. 88–90.
 16. Фрисман Е.Я., Хавинсон М.Ю., Аносова С.В., Фишман Б.Е., Петров Г.И. Системная динамика регионального развития: подходы к моделированию блока экономики (на примере Еврейской автономной области) // Пространственная экономика. 2007. № 3 (11). С. 134–146.
 17. Фрисман Е.Я., Петров Г.И., Фишман Б.Е., Василенко В.С., Хавинсон М.Ю. О математическом моделировании региональной динамики факторов производства (на примере Еврейской автономной области) // Современные проблемы регионального развития: мат-лы I межрегион. науч. конф. Биробиджан, 17–20 октября 2006 г. Хабаровск: ДВО РАН, 2006. С. 246–248.
 18. Форрестер Д. Мировая динамика. М.: ООО «Изд-во АСТ»; СПб.: Terra Fantastica, 2003. 379 с.
 19. Эрроусмит Д., Плейс К. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Качественная теория с приложениями: Пер. с англ. М.: Мир, 1986. 243 с.
 20. Carley M., Christie I. Managing Sustainable Development. Minneapolis, 1993. 304 p.
 21. Meadows D.H., Randers F., Behrens W.W. The limits to growth. N.Y.: Universe Book, 1972. 205 p.

Having used the J. Forrester's approach, we have constructed the dynamics macro-components generalized model of regional development. Our model is a system of differential equations, with a small number of the variables: population, capital, resources and pollution. The analytical and numerical research of this system has been conducted. The bifurcation diagrams for a wide range of control parameters are constructed to identify the conditions for sustainable development of the region. We have estimated the model's parameters of regional development current dynamics, and its three possible scenarios are offered.